Συμπερασματολογία για τη διαφορά των μέσων τιμών:

Εφαρμογή

Από δύο κανονικούς πληθυσμούς, πήραμε 2 δείγματα A και B τα οποία μας έδωσαν τις παρακάτω τιμές:

x_i: 0,114 , 0,127 , 0,143 , 0,132

y_i: 0,131 , 0,107 , 0,104 , 0,111 , 0,108 , 0,110

Αν υποθέσουμε ότι $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, τότε να ελεγχθεί η υπόθεση ότι και τα δύο δείγματα προέρχονται από δύο πληθυσμούς με τον ίδιο μέσο ως προς την εναλλακτική υπόθεση $\mu_1 \neq \mu_2$. ($a=0,05$)

ΛΥΣΗ

$$\bar{x} = \frac{0,114+0,127+0,143+0,132}{4} = 0,129$$

$$\bar{y} = \frac{0,131+0,107+0,104+0,111+0,108+0,110}{6} = 0,1118$$

$n_1 = 4$ και $n_2 = 6$

$$S_1^2 = \frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n_1-1} = 0,000220$$

$$S_2^2 = \frac{\Sigma(y_i-\bar{y})^2}{n_2-1} = 0,000094$$

Επειδή, οι πληθυσμοί είναι κανονικοί και $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \left(= \Sigma(x_i-\bar{x})^2 + \Sigma(y_i-\bar{y})^2 \right) = 0,0001412$$

Παίρνουμε, το στατιστικό: (εφόσον $\sigma_{\bar{x}-\bar{y}} = \sqrt{0,0001412\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)}$)

$$t = \frac{0,129-0,1118}{\sqrt{0,0001412\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)}} = 2,24$$

Πρόκειται για αμφίπλευρη κρ. περιοχή $|t| > t_{0,025,8} = 2,306$

Αφού, το $t = 2,24 < 2,306 = t_{0,025,8}$ τότε η υπόθεση H_0 δεν απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Συγκρίσεις κατά ζεύγη:

ΕΦΑΡΜΟΓΗ:

Ένας ερευνητής θέλει να ελέγξει εάν η ασπιρίνη επηρεάζει την τιμή ενός αιματολογικού δείκτη, ο οποίος σχετίζεται με την πυκνότητα του αίματος και τη δημιουργία θρόμβων (η τιμή του δείκτη μετατρέπεται σε sec). Για το σκοπό αυτό επέλεξε ένα τυχαίο δείγμα 12 ατόμων και μέτρησε για κάθε άτομο την τιμή του δείκτη πριν, και τρεις ώρες μετά τη λήψη των δύο δισκίων ασπιρίνης (650mg). Οι σχετικές μετρήσεις φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα

Άτομο (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Πριν (x_i)	12.3	12	12	13	13	12,5	11,3	11,8	11,5	11	11	11,3
Μετά (y_i)	12	12.3	12,5	12	13	12,5	10,3	11,3	11,5	11,5	11	11,5

σε επίπεδο σημαντικότητας 5% υποστηρίζουν τα πειραματικά δεδομένα ότι η μέση τιμή του δείκτη πριν και μετά τη λήψη των δισκίων ασπιρίνης διαφέρουν. Να το εξετάσετε.

ΛΥΣΗ

Έστω X και Y η τιμή του δείκτη πριν και μετά τη λήψη δισκίων ασπιρίνης, αντίστοιχα. Έπειτα, X_i είναι η τιμή του δείκτη στο άτομο i πριν τη λήψη φαρμάκου καθώς Y_i είναι η τιμή του δείκτη στο ίδιο άτομο i, τρεις ώρες μετά τη λήψη φαρμάκου. Άρα, έχουμε σύγκριση δύο μέσων με ζευγαρωτές παρατηρήσεις (x_i, y_i), $i=1,2,\dots,12$

Υπολογίζουμε τις δειγματικές διαφορές $D_i = X_i - Y_i$, $i=1,2,\dots,12$ και τις γράφουμε σε μια γραμμή για τον αντίστοιχο παραπάνω πίνακα:

$D_i = X_i - Y_i$	0,3	-0,3	0,5	1	0	0	1	0,5	0	-0,5	0	-0,2

Έτσι,

$$\bar{D} = \frac{\Sigma D_i}{12} = \frac{1.3}{12} = 0.108$$

και

$$S_D^2 = \frac{1}{11}\left(\Sigma D_i^2 - \frac{(\Sigma D_i)^2}{12}\right) = 0,257$$

Έτσι,

$$t = \frac{\bar{D} - 0}{S_D/\sqrt{n}} = \frac{0.108}{\sqrt{\frac{0,257}{12}}} = 0,74$$

$t_{11,\,0,025} = 2,201$ (από τον Student)

Δηλ. $t < t_{11,\,0,025}$ άρα δεν ανήκει στην κρίσιμη περιοχή. Έτσι η H_0 **δεν** απορρίπτεται.